Nom :
Prénom :

Première S **17 octobre 2005**
Mathématiques (2 heures) **DS 02**

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la législation en vigueur.
(Circulaire n°99-186 du 16 novembre1999)
Les téléphones portables doivent être éteints, et ne pas se trouver sur la table.
Il est interdit de sortir pendant le devoir.

<u>Exercice 1</u> (3 points)
Règles de notation : Bonne réponse : +0,5 point . Mauvaise réponse : – 0,25 point. Sans réponse : 0 point.

Q.C.M. Parmi toutes les propositions suivantes, indiquer celles qui sont exactes.

Soit $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = x^2$ et $\mathcal{H}$ la courbe d'équation $y = \dfrac{1}{x}$ dans un repère orthogonal (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1) La courbe $\mathcal{C}_1$ d'équation $y = x^2 - 1$ est l'image de la courbe $\mathcal{C}$ par la translation de vecteur :
   a) $\vec{i}$ b) $\vec{j}$ c) $-\vec{i}$ d) $-\vec{j}$
2) La courbe $\mathcal{C}_2$ d'équation $y = (x-1)^2$ est l'image de la courbe $\mathcal{C}$ par la translation de vecteur :
   a) $\vec{i}$ b) $\vec{j}$ c) $-\vec{i}$ d) $-\vec{j}$
3) La courbe $\mathcal{C}_3$ d'équation $y = \dfrac{1}{x+2}$ est l'image de la courbe $\mathcal{H}$ par la translation de vecteur :
   a) $2\vec{i}$ b) $2\vec{j}$ c) $-2\vec{i}$ d) $-2\vec{j}$
4) La courbe $\mathcal{C}_4$ d'équation $y = \dfrac{1}{x-2} + 3$ est l'image de la courbe $\mathcal{H}$ par la translation de vecteur :
   a) $2\vec{i} + 3\vec{j}$ b) $3\vec{i} + 2\vec{j}$ c) $-2\vec{i} + 3\vec{j}$ d) $3\vec{i} - 2\vec{j}$
5) La courbe $\mathcal{C}_5$ d'équation $y = \dfrac{2x+1}{x}$ est l'image de la courbe $\mathcal{H}$ par la translation de vecteur :
   a) $2\vec{i}$ b) $2\vec{j}$ c) $-2\vec{i}$ d) $-2\vec{j}$
6) La courbe $\mathcal{C}_6$ d'équation $y = 1 - x^2$ est l'image de la courbe $\mathcal{C}_1$ par la symétrie:
   a) d'axe (O; $\vec{i}$) b) d'axe (O ; $\vec{j}$) c) de centre O

<u>Exercice 2</u> (5 points)

Soit f la fonction définie sur] – ∞ ; – 9 [∪] –9 ; + ∞ [par : $f(x) = \dfrac{2x+17}{x+9}$.

1) Démontrer que , pour tout réel x différent de – 9, $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x+9}$.
2)
   a) Ecrire f comme la composée $j \circ h \circ g$ où g et j sont des fonctions affines.
   b) En déduire les variations de f sur] – ∞ ; – 9 [puis sur] –9 ; + ∞ [
3) Montrer que le point I (– 9 ; 2) est un centre de symétrie de la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f dans un repère (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

<u>Exercice 3</u> (4 points)

1) Exprimer en fonction de $\cos x$ et de $\sin x$ les expressions suivantes :

$$A = \sin(3\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(3\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$B = \sin(-x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(-x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$C = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin(5\pi - x) - \cos(3\pi + x)$$

2) Equations trigonométriques :

a) Résoudre dans l'intervalle J =] – π ; + π] , l'équation : $\cos(2x) = \frac{1}{2}$

b) Résoudre dans ℝ, l'équation : $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin(2x)$

Représenter les points associés aux solutions sur le cercle trigonométrique.

<u>Exercice 4</u> (3 points)

1) Simplifier les nombres $\pi - \frac{\pi}{10}$; $\pi - \frac{2\pi}{5}$; $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}$

2) Calculer :

(*sans utiliser la calculatrice et sans connaître les lignes trigonométriques* (sin et cos) *de* $\frac{\pi}{10}$ et $\frac{\pi}{5}$)

a) $A = \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \cos\frac{9\pi}{10}$

b) $B = \cos\frac{\pi}{10} + \sin\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \sin\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{11\pi}{10} + \sin\frac{7\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5} + \sin\frac{19\pi}{10}$

<u>Exercice 5</u> (5 points)

On considère un triangle ABC direct, isocèle et rectangle en A.
On construit les deux triangles équilatéraux indirects AIC et BJA.
Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

1)
a) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants :
$(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{AJ} ; \overrightarrow{AB})$; $(\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AI})$
b) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AJ} ; \overrightarrow{AI})$.

2)
a) Déterminer la nature du triangle AJI.
b) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI} ; \overrightarrow{JA})$.

3) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants :
$(\overrightarrow{JA} ; \overrightarrow{JB})$; $(\overrightarrow{JB} ; \overrightarrow{BA})$; $(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC})$

4) Déduire des questions 2) et 3) une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI} ; \overrightarrow{BC})$.

5) Conclure.